Correction des exercices : Oscillateurs

par Victor da Silva

B1 Généralités B2 Oscillateurs mécaniques

Exercice 1

Amplitude : $x_m = \frac{6}{2} = 3m$; Période : $T = 2s$; Pulsation : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \frac{rad}{s}$
Équations :

$$\begin{aligned}
x(t) &= x_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) = 3 \cdot \cos(\pi t + \varphi) \\
v(t) &= \dot{x} = -x_m \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) = -3\pi \cdot \sin(\pi t + \varphi) \\
a(t) &= \ddot{x} = -x_m \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi) = -3\pi^2 \cdot \cos(\pi t + \varphi)
\end{aligned}$$

Conditions initiales à $t = 0s$:
$x(t = 0s) = 3 \cdot \cos(\varphi) = \underbrace{-3}_{graphiquement} \Rightarrow \cos\varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \pi$

Si $m = 0.2kg$ on peut déduire k.
$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = \omega^2 \cdot m = \pi^2 \cdot 0.2 = 1.97 \frac{N}{m}$

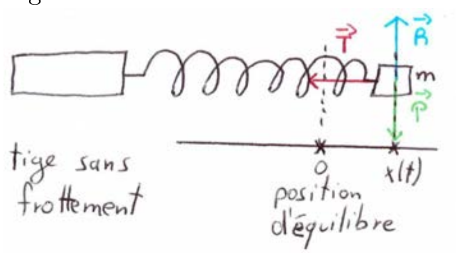
Exercice 2

a) Théorie
b) Théorie
c) $k = 20 \frac{N}{m}$ et $T = 1s$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Leftrightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} \Rightarrow m = \frac{T^2 \cdot k}{4\pi^2} = 0.506kg$$

Exercice 3

a) Figure



b) Bilan des forces :
$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{T}$ avec : $\vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$ (sans frott.)
Avec : $T_x = -kx$, car T est toujours opposé à l'éloignation x

c) Théorie

d) Équation horaire : $x(t) = x_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

e) $k = 400 \frac{N}{m}$ et $m = 10kg$ et $x_m = 0.05m$
Pulsation : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 6.325 \frac{rad}{s}$

à $t = 0s$ l'équation horaire s'écrit :
$x(t = 0s) = x_m \cdot \cos\varphi = x_m \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$
Donc : $\boxed{x(t) = 0.05\cos(6.32t)}$

f) $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.993s$

Exercice 4

$k = 5\frac{N}{m}$ et $m = 0.2kg$, donc la pulsation ω devient : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\frac{rad}{s}$

Forme de l'éq. horaire :

$$\begin{aligned}
x(t) &= x_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)\\
v(t) &= \dot{x} = x_m\omega \cdot \cos(\omega t + \varphi)\\
a(t) &= \ddot{x} = -x_m\omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi)
\end{aligned}$$

- Phase φ initiale :
  à t=0s $\begin{cases} x(t = 0s) = x_m \cdot \sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \pi \\ v(t = 0s) = x_m\omega \cdot \cos\varphi = -0.6 \qquad (2) \end{cases}$

  (2) donne : $\begin{cases} \underbrace{x_m\omega(+1)}_{>0} = -0.6 \\ \underbrace{x_m\omega(-1)}_{<0} = -0.6 \quad \surd \end{cases}$

  Donc : $\varphi = \pi$ et $x_m\omega = 0.6 \Rightarrow x_m = \frac{0.6}{\omega} = 0.12m$
  Équation horaire : $\boxed{x(t) = 0.12\sin(5t + \pi)}$

- Détermination de la date du 1^{ier} passage en $x = 3cm$:
  On cherche $t > 0$ tel que $-0.12\sin(5t + \pi) = 0.03 \Rightarrow \sin(5t) = -0.2$

  $5t = \sin^{-1}(-0.25) + 2k\pi$
  $\iff 5t = -0.2527 + 2k\pi$

  première valeur positive pour $k = 1$

  $t = \frac{-0.2527+2\pi}{5} = \underbrace{1.206s}_{2^e passage}$

  $5t = \pi - \sin^{-1}(-0.25) + 2k\pi$
  $\iff 5t = 3.394 + 2k\pi$

  première valeur positive pour $k = 0$

  $t = \frac{3.394}{5} = \underbrace{0.679s}_{1^{ier} passage}$

Exercice 5

$k = 20\frac{N}{m}$ et $m = 0.2kg$ et $x = 0.02m$ et $v = 0.2\frac{m}{s}$
Énergie :

$$\begin{aligned}
E_{méc} &= E_{pot} + E_{cin}\\
&= \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2\\
&= \frac{1}{2}20 \cdot 0.02^2 + \frac{1}{2}0.2 \cdot 0.2^2\\
&= 8mJ
\end{aligned}$$

Ampitude :

$x_{max} \rightarrow E_{cin} = 0$

$$\begin{aligned}
E_{méc} &= E_{pot}\\
E_{méc} &= \frac{1}{2}kx^2_{max}\\
\Rightarrow x_{max} &= \pm\sqrt{\frac{2 \cdot E_{méc}}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.008}{20}} = 0.0283m
\end{aligned}$$

Vitesse :

$$v_{max} \rightarrow E_{pot} = 0$$

$$\begin{aligned} E_{méc} &= E_{cin} \\ E_{méc} &= \frac{1}{2} m v_{max}^2 \\ \Rightarrow v_{max} &= \pm\sqrt{\frac{2 \cdot E_{méc}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.008}{0.2}} = 0.283 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Exercice 6

$$x(t) = a \cdot \sin(8t - 3.14) \begin{cases} x_m = a \\ \omega = 8 \frac{rad}{s} \\ \varphi = -\pi \end{cases} \quad \text{et } E = 0.24J \text{ et } k = 48 \frac{N}{m}$$

a) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{48}{8^2} = 0.75kg$

b) $E = \frac{1}{2} k x_m^2 \Rightarrow x_m = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.24}{48}} = 0.1m$

c) $E = \frac{1}{2} m v_m^2 \Rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.24}{0.75}} = 0.8 \frac{m}{s}$

d)

$$\begin{aligned} E_{méc} &= E_{cin} + E_{pot} \\ &= \tfrac{1}{2} E_{pot} + E_{pot} \\ &= 1.5 E_{pot} \\ \Rightarrow 0.24 &= 1.5 \tfrac{1}{2} k x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot 0.24}{1.5 \cdot 48}} = \pm 0.0816m \end{aligned}$$

e) Cherchons **une** date t où le mobile passe en $x = 0.816m$

$$\begin{aligned} x &= 0.1 \sin(8t - \pi) \\ 0.0816 &= 0.1 \sin(8t - \pi) \\ t &= \frac{\sin^{-1}(\frac{0.0816}{0.1}) + \pi}{8} = 0.512s \end{aligned}$$

Vitesse :

$$\begin{aligned} v(t) &= 0.1 \cdot 8 \cos(8t - \pi) \\ v(t = 0.512s) &= 0.8 \cos(8 \cdot 0.512) \\ v(t = 0.512s) &= -0.462 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Donc : $v(t) = \pm 0.462 \frac{m}{s}$

Accélération :

$$\begin{aligned} a(t) &= 0.1 \cdot 8^2 \sin(8t - \pi) \\ a(t = 0.512s) &= 6.4 \sin(8 \cdot 0.512) \\ a(t = 0.512s) &= -5.222 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Donc : $a(t) = \pm 5.222 \frac{m}{s^2}$

B3 Inductance d'une bobine

Exercice 7

$u_{bob} = 0.9V$ et $\frac{di}{dt} = 400\frac{A}{s}$
On a : $u_{bob} = L \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow L = u_{bob} \cdot (\frac{di}{dt})^{-1} = \frac{0.9}{400} = 2.25mH$

Exercice 8

$L = 1H$ et $r = 10\Omega$
Convention récepteur :

a) $i = 2A \Rightarrow u = r \cdot i = 10 \cdot 2 = 20V$

b) $\frac{di}{dt} = 0.08\frac{A}{s}$ et à $t = 1s \rightarrow i = 0.08A$
$u(t = 1s) = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = 10 \cdot 0.08 + 1 \cdot 0.08 = 0.88V$

Exercice 9

$L = 10mH$

$1^{ière}phase : [0; 40ms]$
$\frac{di}{dt} = \frac{2}{0.04} = 50\frac{A}{s}$
$u_1 = L \cdot \frac{di}{dt} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 50 = 0.5V$

$2^{e}phase : [40; 50ms]$
$\frac{di}{dt} = \frac{-2}{0.01} = -200\frac{A}{s}$
$u_1 = L \cdot \frac{di}{dt} = -10 \cdot 10^{-3} \cdot 200 = -2V$

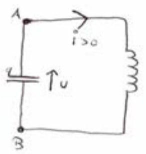
B4 Oscillateurs électriques

Exercice 10

$C = 10^{-6}F$ et $U_{AB} = 2 \cdot \cos(\underbrace{5000}_{\omega} t)$

a) $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{5000^2 \cdot 10^{-6}} = 0.04H$

b) Figure :



$q(t) = C \cdot u(t) = 2 \cdot 10^{-6} \cos(5000t)$

$i(t) = -\frac{dq}{dt} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5000 \cos(5000t) = \underbrace{0.01}_{I_m} \sin(5000t)$

c) • $1^{ière}$ méthode :

Si $\neq$ résistance $(R + r) \rightarrow \neq$ effet Joule $\rightarrow$ Conservation d'énergie

$E_{mag} = \frac{1}{2}L \cdot I_m^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.04 \cdot 0.01^2 = 2 \cdot 10^{-6}J = 2\mu J$

• 2^{e} méthode (mieux) :

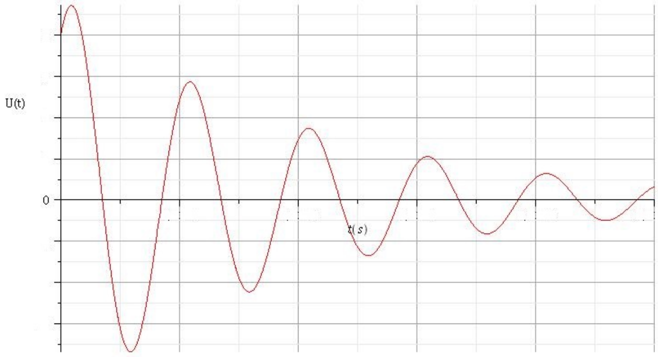
$E_{tot} = E_{él} + E_{mag} \stackrel{?}{=} const$

$$\begin{aligned} E_{tot} &= \frac{1}{2}C \cdot u^2 + \frac{1}{2}L \cdot i^2 \\ &= \frac{1}{2}C \cdot 2^2 \cos^2(5000t) + \frac{1}{2}L \cdot 0.01^2 \sin^2(5000t) \\ &= 2 \cdot 10^{-6} \cos^2(5000t) + 2 \cdot 10^{-6} \sin^2(5000t) \\ &= 2 \cdot 10^{-6}J = 2\mu J \stackrel{!}{=} const \end{aligned}$$

si $i = 8mA$:

$$\begin{aligned} E_{él} &= \frac{1}{2}C \cdot u^2 = E_{tot} - E_{mag} \\ \Rightarrow u &= \pm\sqrt{\frac{2 \cdot (E_{tot} - E_{mag})}{C}} = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot (2 \cdot 10^{-6} - \frac{1}{2}0.04 \cdot 0.008^2)}{10^{-6}}} = \pm 1.2V \end{aligned}$$

d) Amortissement exponentiel de l'amplitude de $u(t)$ et de $i(t)$.



Exercice 11

$C = 10^{-6}F$ et $U_{AB} = 3V$

a) Théorie

b) Théorie

c) $u(t) = 3\cos(\omega t + \varphi)$
À $t = 0s$: $3\cos(\varphi) = 3 \Rightarrow \varphi = 0$

Graphiquement on obtient la période : $T = 2 \cdot 10^{-3}s$

Donc : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 1000\pi \frac{rad}{s}$ et $L = \frac{1}{\omega^2 C} = 0.101H$

d) D'après la loi du condensateur, on a : $u = \frac{q}{C}$

$$\begin{aligned} u(t) &= 3\cos(1000\pi t) \\ \Leftrightarrow \frac{q(t)}{C} &= 3\cos(1000\pi t) \\ \Leftrightarrow q(t) &= 3 \cdot C \cdot \cos(1000\pi t) \\ \Leftrightarrow q(t) &= 3 \cdot 10^{-6}\cos(1000\pi t) \end{aligned}$$

Exercice 12

$L = 150 \cdot 10^{-3}H$ et $f = 120Hz$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = \frac{1}{(2\pi \cdot 120)^2 \cdot 150 \cdot 10^{-3}} = 1.173 \cdot 10^{-5}F$$

Exercice 13

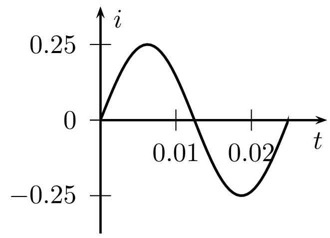
$C = 40\mu F$ et $U_m = 25V$ et à $L = 0.4H$

a)

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \underbrace{U_m \cdot C \cdot \omega}_{I_m} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$I_m = C \cdot U_m \frac{1}{\sqrt{LC}} = U_m \sqrt{\frac{C}{L}} = 25\sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-5}}{0.4}} = 0.25A$$

b) Graphique : $\boxed{i(t) = 0.25 \cdot \sin(250t)}$



Correction des exercices : Ondes et lumière

par Victor da Silva

Ondes mécaniques

Exercice 1

$c = 40\frac{cm}{s} = 0.4\frac{m}{s}$ et $f = 50Hz$

$\lambda = c \cdot T = c \cdot \frac{1}{f} = 0.4 \cdot \frac{1}{50} = 0.008m = 8mm$

Exercice 2

$\lambda = 1.2m$ et $c = 96\frac{m}{s} \Longrightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{96}{1.2} = 80Hz$

Exercice 3

$c = 3\frac{m}{s}$ et $T = 0.25s$ et $Y_m = 0.1m$ et $\Delta x = 1.2m$

$\lambda = c \cdot T = 3 \cdot 0.25 = 0.75m$

$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \frac{1.2}{3} = 0.4s$

Exercice 4

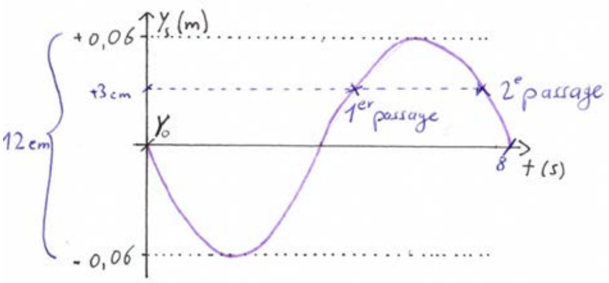
a) $c = 340\frac{m}{s}$ et $f = 500Hz \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{son} = \frac{c}{f} = \frac{340}{500} = 0.68m$

b) $c = 3 \cdot 10^8\frac{m}{s}$ et $f = 92.5MHz \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{FM} = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{92.5 \cdot 10^6} = 3.24m$

Exercice 5

A) Étude de la source S

a) Figure :



Amplitude : $Y_0 = \frac{1}{2} \cdot 0.12 = 0.06m$
Pulsation : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4}\frac{rad}{s}$

Phase initiale : $y = Y_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) \Longrightarrow v_y = \dot{y} = Y_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

Conditions initiales à $t = 0s$: $\begin{cases} y(t=0s) = 0 \Rightarrow \sin(\varphi) = 0 \\ v_y(t=0s) < 0 \Rightarrow \cos(\varphi) < 0 \end{cases}$ $\quad \sin(\varphi) = 0 \begin{cases} \varphi = 0 \Rightarrow \cos(0) = 1 > 0 \\ \varphi = \pi \Rightarrow \cos(\pi) = -1 < 0 \end{cases}$

Conclusion : $\boxed{y = 0.06 \cdot \sin(\frac{\pi}{4}) + \pi}$

b) à $t = 1s$ $\begin{cases} y = Y_0 \cdot \sin(\omega \cdot 1 + \varphi) = 0.06 \cdot \sin(\frac{5\pi}{4}) = -0.043m \\ v_y = Y_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot 1 + \varphi) = 0.06 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \cos(\frac{5\pi}{4}) = -0.033\frac{m}{s} \\ a_y = -Y_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot 1 + \varphi) = 0.06 \cdot \frac{\pi}{4}^2 \cdot \sin(\frac{5\pi}{4}) = 0.0261\frac{m}{s^2} \end{cases}$

c) Détermination de la date du 1^{ier} passage en $x = 3cm$:
On cherche $t > 0$ tel que $-0.06\sin(\frac{\pi}{4}t) = 0.03 \Rightarrow \sin(\frac{\pi}{4}t) = -0.5$

$\frac{\pi}{4}t = \sin^{-1}(-0.5) + 2k\pi$
$\Longleftrightarrow \frac{\pi}{4}t = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$

première valeur positive pour $k = 1$

$t = \frac{-\frac{\pi}{6}+2\pi}{\frac{\pi}{4}} = \underbrace{7.33s}_{2^e passage}$

$\frac{\pi}{4}t = \pi - \sin^{-1}(-0.5) + 2k\pi$
$\Longleftrightarrow \frac{\pi}{4}t = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

première valeur positive pour $k = 0$

$t = \frac{\frac{7\pi}{6}}{\frac{\pi}{4}} = \underbrace{4.67s}_{1^{ier} passage}$

B) Étude de la propagation

a) Longueur d'onde : $\lambda = 3.2m$ et Période : $T = 8s$
$\Longrightarrow$ Célérité : $c = \frac{\lambda}{T} = 0.4\frac{m}{s}$

b) Équation d'onde :

$$\begin{aligned} y_m &= 0.06 \cdot \sin(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda} + \underbrace{\varphi}_{=\pi}) \\ &= -0.06 \cdot \sin(2\pi\frac{t}{8} - 2\pi\frac{x}{3.2}) \\ &= -0.06 \cdot \sin(2\pi\frac{6}{8} - 2\pi\frac{0.2}{3.2}) \text{ , avec : } t = 6s \text{ et } x = 0.2m \\ &= 0.0554m \\ &= 5.54cm \end{aligned}$$

Exercice 6

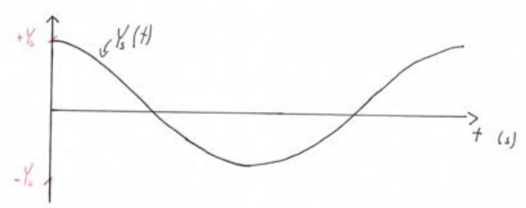
$f = 50Hz \Rightarrow T = 0.02s$ et $Y_0 = 0.02m$ et $\mu = 0.2\frac{kg}{m}$ et $F = 20N$

a) Célérité : $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = 10\frac{m}{s}$ et Longueur d'onde : $\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} = 0.2m$

b) O et N sont en phase ssi $ON = x_N = k \cdot \lambda$
et ici : $x_N = 6 \cdot \lambda \Longrightarrow O$ et N sont donc en phase

Un point P qui se trouve à $\frac{\lambda}{2} + k \cdot \lambda$ est en opposition de phase.
Exemples : $x_P = 0.1; 0.3; 0.5; \ldots$

c) Figure :



Équation de la source :

$$y_s(t) = Y_0 \cdot \cos(2\pi\frac{t}{T} + \varphi)$$

Phase initiale : $y_s(t = 0s) = 2cm = Y_0$
$\Rightarrow \cos(\varphi) = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

Équation d'onde :

$$\begin{aligned} y_m(x;t) &= y_s(t - \frac{x}{c}) \\ &= Y_0 \cdot \cos(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda}) \\ &= 0.02 \cdot \cos(2 \cdot 50\pi \cdot t - 2\pi\frac{x}{0.2}) \\ \boxed{y_m(x;t)} &= \boxed{0.02 \cdot \cos(100\pi \cdot t - 10\pi \cdot x)} \end{aligned}$$

d) L'éloignation y_s et vitesse v_s à $t = 0.012s$:

$$\begin{aligned} y_s(t = 0.012s) &= Y_0 \cdot \cos(2\pi \frac{t}{T}) \\ &= 0.02 \cdot \cos(2\pi \frac{0.012}{0.02}) \\ &= -0.0161m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_s(t = 0.012s) &= \dot{y_s} \\ &= -Y_0 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \sin(2\pi \frac{t}{T}) \\ &= -0.02 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \sin(2\pi \frac{0.012}{0.02}) \\ &= 3.69 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Exercice 7

a) Mouvement de source : $y_s = A \cdot \sin(\frac{2\pi}{T} t)$
Un point M à la distance x de la source répéte le mouvement avec un retard de $\Delta t = \frac{x}{c}$

$$\begin{aligned} y_M(t) &= y_s(t - \frac{x}{c}) \\ &= A \cdot \sin(2\pi(\frac{t - \frac{x}{c}}{T})) \\ &= A \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{c \cdot T})) \\ y_M(x;t) &= \boxed{A \cdot \sin(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda})} \end{aligned}$$

Double périodicité : $\begin{cases} \text{si } t \text{ augmente de } T \implies \text{période temporelle} \\ \text{si } x \text{ augmente de } \lambda \implies \text{période spatiale} \end{cases}$

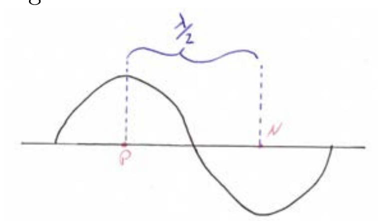
b) $\mu = 0.04 \frac{kg}{m}$ et $F = 15N \quad \Rightarrow c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{15}{0.01}} = 38.73 \frac{m}{s}$
$f = 16Hz \quad \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{38.73}{16} = 2.42m$

c) A=10cm

$$y_M(x;t) = A \cdot \sin(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda})$$

$$\begin{aligned} y_M(5;t) &= 0.1 \cdot \sin(32\pi \cdot t - 12.98) \\ y_M(5;2.5) &= 0.1 \cdot \sin(80\pi - 12.98) \\ y_M(5;2.5) &= -0.04m \end{aligned}$$

d) Figure :



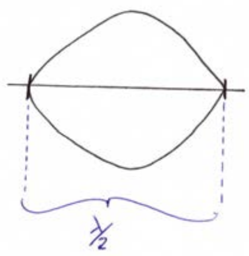
Opposition de phase entre 2 points P et N
si $\Delta x = \frac{\lambda}{2} = 1.21m$
$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} = \frac{1}{2f}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = 1.21m$
Δx augmente $\sim$ à $\sqrt{F}$

e) Pour doubler Δx il faut quadrupler F.
$\Rightarrow F' = 4 \cdot F = 60N$

Interférances d'ondes mécaniques, ondes stationaires

Exercice 1

Figure :



$L = 0.5m$ et $m = 0.8g$ et $f = 220Hz$
Célérité : $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$
Longueur d'onde : $\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f}$

Son fondamental à $n = 1$

$$\begin{aligned}
& \tfrac{\lambda}{2} &&= L \\
\iff\quad & \tfrac{c}{2f} &&= L \\
\iff\quad & \sqrt{\tfrac{F}{\mu}} &&= 2 \cdot f \cdot L \\
\iff\quad & \tfrac{F}{\mu} &&= 4 \cdot f^2 \cdot L^2 \\
\iff\quad & F &&= 4 \cdot f^2 \cdot L^2 \cdot \mu \\
\iff\quad & F &&= 4 \cdot f^2 \cdot L^2 \cdot \frac{m}{L} \\
\iff\quad & F &&= 4 \cdot 220^2 \cdot 0.5^2 \cdot \frac{0.0008}{0.5} \\
\iff\quad & F &&= 77.44N
\end{aligned}$$

$1^{ière}$ harmonique : $f_2 = 2 \cdot f_1 = 440Hz$
2^e harmonique : $f_3 = 3 \cdot f_1 = 660Hz$

Exercice 2

$f_r = 293.7Hz$ et $f_s = 392Hz$ et $L = 65cm$

a) Il faut raccourcir la corde du Ré.

b) Le raccourcissement ne change ni μ ni F donc : $c = constant$

$$f_r = \frac{c_r}{2 \cdot L} \Longrightarrow c_r = 2 \cdot L \cdot f_r = 2 \cdot 0.65 \cdot 293.7 = 381.81\frac{m}{s}$$
$$f_s = f'_r = \frac{c_r}{2 \cdot L'} \Longrightarrow L' = \frac{c_r}{2 \cdot f_s} = \frac{381.81}{2 \cdot 392} = 0.48m$$
$$L = L' + \Delta L \Longrightarrow \Delta L = L - L' = 0.163m$$

c) Longueur d'onde dans l'air : $\lambda = c_{air} \cdot f^{-1} = 340 \cdot 392^{-1} = 0.867m$

Exercice 3

$Y_0 = 0.02m$ et $c = 2.4\frac{m}{s}$ et $L = 0.56m$ et $x_M = 0.2m$ et $f = 30Hz \Rightarrow \omega = 2\pi \cdot f = 60\pi$

a) $y_{S_1}(t) = Y_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
à $t = 0s$ on a : $y_{S_1}(t = 0s) = Y_0 \cdot \cos(\varphi) = -Y_0 \Longrightarrow \cos\varphi = -1 \Longrightarrow \varphi = \pi$

Équation horaire de S_1 :

$$\boxed{y_{S_1}(t) = 0.02 \cdot \cos(60\pi t + \pi)} \quad (1)$$

b) Équation de la 1^{ire} onde remise par S_1 :

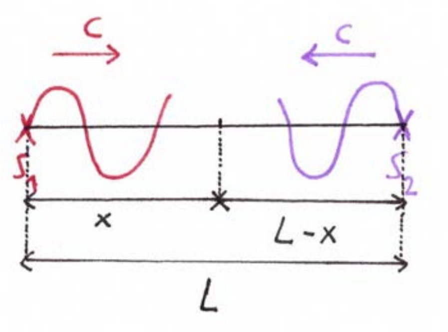
$$\begin{aligned} y_1(x,t) &= Y_0 \cdot \cos(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \varphi) \text{ avec : } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{2.4}{30} = 0.08m \\ &= 0.02 \cdot \cos(60\pi t - 25\pi x + \pi) \end{aligned}$$

En x_M l'équation devient :

$$\boxed{y_{M,1}(t) = 0.02 \cdot \cos(60\pi t)} \tag{2}$$

M et S_1 sont en opposition de phase, car (1) et (2) sont décalées de π.

c) Figure :



$y_{S_2}(t) = Y_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi')$
à $t = 0s$ on a : $y_{S_2}(t = 0s) = Y_0 \cdot \cos(\varphi') = Y_0 \Longrightarrow \cos\varphi' = 1 \Longrightarrow \varphi' = 0$

Équation horaire de S_2 :

$$\boxed{y_{S_2}(t) = 0.02 \cdot \cos(60\pi t)} \tag{3}$$

d) S_1 et S_2 sont cohérent (en opposition de phase) et donnent des interférences sous formes d'ondes stationaires.

e) Équation de la 2^e onde remise par S_2 :

$$\begin{aligned} y_2(x,t) &= Y_0 \cdot \cos(\omega t - 2\pi \frac{L - x}{\lambda} + \varphi') \\ &= 0.02 \cdot \cos(60\pi t - 25\pi(L - x)) \end{aligned}$$

En x_M l'équation devient :

$$\boxed{y_{M,2}(t) = 0.02 \cdot \cos(60\pi t + \pi)} \tag{4}$$

M et S_2 sont en opposition de phase, car (3) et (4) sont décalées de π.

f) La superposition $y_{M,1}(t) + y_{M,2}(t)$ donne 0. M forme donc un noeud.

Exercice 4

S_1 : $y_1(x;t) = 0.03 \cdot \sin(10\pi t + 2\pi x)$ se propage de la gauche vers la droite.

S_2 : $y_2(x;t) = 0.03 \cdot \sin(10\pi t - 2\pi x)$ se propage de la droite vers la gauche.

a) En comparant $y_1(x;t)$ et $y_2(x;t)$ à $Y_0 \cdot \sin(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda})$ on constate : $\begin{cases} \lambda = 1m \\ \frac{1}{T} = 5 \Rightarrow T = 0.2s \end{cases}$

b) Superposition des deux ondes $\Rightarrow$ onde stationnaire

$$y(x;t) = y_1(x;t) + y_2(x;t) = 0.03 \cdot \sin(\underbrace{\overbrace{10\pi t}^{a} + \overbrace{2\pi x}^{b}}_{p}) + 0.03 \cdot \sin(\underbrace{\overbrace{10\pi t}^{a} - \overbrace{2\pi x}^{b}}_{p})$$

On peut utiliser 2 formules :

1. $\sin p + \sin q = 2\sin(\frac{p+q}{2}) \cdot \cos(\frac{p-q}{2})$
2. $\sin(a \pm b) = \sin a \cdot \cos b \pm \cos a \cdot \sin b$

Prenons la première formule, on obtient après un petit calcul :

$$y(x;t) = \underbrace{0.06 \cdot \cos(2\pi x) \cdot}_{\substack{\text{Amplitude} \\ \text{modulée } A(x)}} \underbrace{\sin(10\pi t)}_{\substack{\text{Oscillation} \\ \text{en fonction} \\ \text{du temps } t}}$$

c) Position des noeuds :
$A(x) = 0 \Leftrightarrow \cos(2\pi x) = 0 \Leftrightarrow 2\pi x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} + \frac{k}{2} \quad (k \in \mathrm{Z})$

Noeuds les plus près de $x = 0$ (pour $x > 0$) :

$$k = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{N_1} = \frac{1}{4}m$$
$$k = 1 \quad \Rightarrow \quad x_{N_2} = \frac{3}{4}m$$

d) Position des ventres :
$|A(x)| = 2Y_0 \Leftrightarrow |\cos(2\pi x)| = 1 \Leftrightarrow 2\pi x = 0 + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k}{2} \quad (k \in \mathrm{Z})$

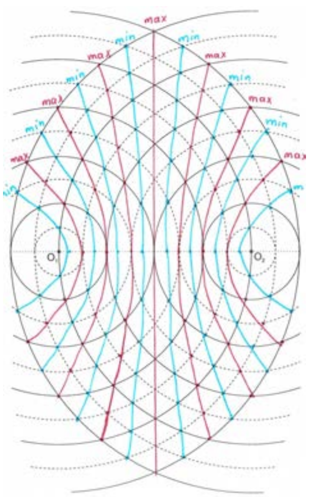
Ventres les plus près de $x = 0$ (pour $x > 0$) :

$$k = 1 \quad \Rightarrow \quad x_{V_1} = \frac{1}{2}m$$
$$k = 2 \quad \Rightarrow \quad x_{V_2} = 1m$$

e) Amplitude en $x = \frac{\lambda}{8} = 0.125m$

$$\begin{aligned} A(x) &= 0.06 \cdot \cos(2\pi \cdot 0.125) \\ &= 0.03\sqrt{2} \\ &= 0.0424m \end{aligned}$$

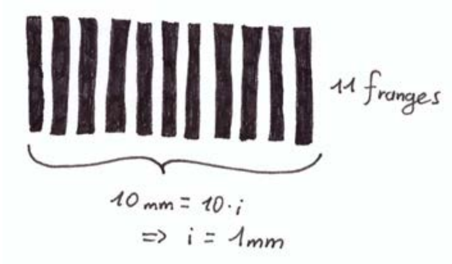
Exercice 5



Interférences lumineuses

Exercice 1

Interfrange :



Écart des fentes : $a = 1.5mm = 0.0015m$
Distance à l'écran : $D = 2.8m$

Longueur d'onde : $i = \frac{D \cdot \lambda}{D} \Longrightarrow \lambda = \frac{i \cdot a}{D} = 536nm$

Fréquence : ? Mais on connaît la célérité de la lumière : $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$
Donc : $\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5.36 \cdot 10^{-7}} = 5.6 \cdot 10^{14} Hz$

Exercice 2

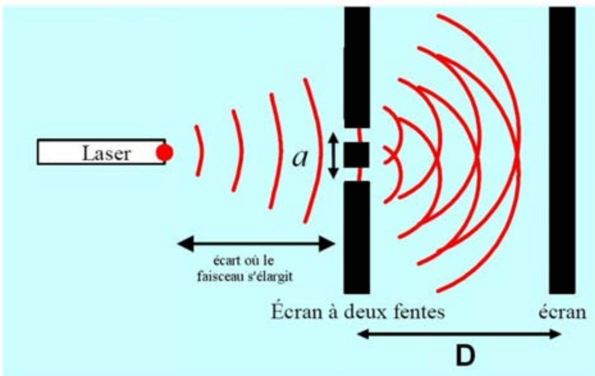
$D = 3m$ et $a = 5 \cdot 10^{-4} m$

$$\lambda_1 = 700nm = 700 \cdot 10^{-9} m \Longleftarrow i = \frac{D \cdot \lambda_1}{a} = \frac{3 \cdot 700 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-4}} = 4.2 \cdot 10^{-3}$$
$$\lambda_2 = 480nm = 480 \cdot 10^{-9} m \Longleftarrow i = \frac{D \cdot \lambda_2}{a} = \frac{3 \cdot 480 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-4}} = 2.9 \cdot 10^{-3}$$

cf. Application des fentes de Young

Exercice 3

a) Dispositif expérimental



b) Interprétation

$$\begin{cases} \text{Frange brillante = Maximum = Interférence constructive} \\ \text{Frange obscure = Minimum = Interférence destructive} \end{cases}$$

c) Voir cours

d) C'est un maximum.

e) Voir cours

$$i = \frac{D \cdot \lambda}{a} \qquad \begin{cases} \text{si } D \nearrow i \nearrow \\ \text{si } \lambda \nearrow i \nearrow \\ \text{si } a \nearrow i \searrow \end{cases}$$

Il faut diminuer la distance entre les deux fentes pour obtenir des franges plus espacées.

f) On a 6 franges, donc 5 intervalles

$$\text{Interfrange : } i = \frac{0.0127}{5} = 2.54 \cdot 10^{-3}$$
$$\text{Longueur d'onde : } \lambda = \frac{i \cdot a}{D} = \frac{2.54 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{2} = 635nm$$
$$\text{Fréquence : } f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{635 \cdot 10^{-9}} = 472THz$$

g) Comme la couleur ne change pas, la fréquance f ne change pas.

$$f = \frac{c}{\lambda} \qquad \begin{cases} f = 472THz \\ c = 2 \cdot 10^{8} \frac{m}{s} \\ \lambda = \frac{c}{f} = 424nm \end{cases}$$

Exercice 4

On a 5 franges donc aussi 4 intervalles, $a = 2 \cdot 10^{-4}$ et $D = 3m$

$$i = \frac{0.039}{4} = 8.5 \cdot 10^{-3}m$$
$$\lambda = \frac{i \cdot a}{D} = \frac{8.5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{3} = 5.67 \cdot 10^{-7}m$$

Correction des exercices : Physique moderne

par Victor da Silva

Relativité restreinte d'Einstein

Exercice 1

Premier postulat : Le principe de la relativité
Toutes les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels d'inertie.

Deuxième postulat : Le principe de la constante de la vitesse de la lumière
La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels d'inertie. Elle est indépendante du mouvement de sa source ou de l'observateur.

Exercice 2

Non, car la durée propre du Muon est mesurée dans de référentiel du Muon et la longuer en repos de la couche atmosphérique est mesurée dans de le référentiel de la Terre.

Exercice 3

Les effets de la dilatation du temps ne sont observables lorsqu'on dépasse 10% de la vitesse da la lumière ($10\%c$).

Exercice 4

Le référentiel pour :

"l'arrivée du signal en A et en B est simultanée" : A ou B ou C

"A reçoit le signal avant B" : Terre

"B reçoit le signal avant A" : Autre fusée D, avec $v_D > v_A$ ou $v_D > v_B$ ou $v_D > v_C$

Exercice 5

Non, car le décalage horaire (le retard des orloges) n'apparait que pour des orloges (événements) séparés dans l'espace.

Exercice 6

Relatif	t	m	$l_{//}$	p	E
Invariant	c	E_0	h	q	

Exercice 7

Lorsque la vitesse d'un électron ou d'un proton augmente, sa masse augmente aussi. Donc :

$v_e \longrightarrow c \Longrightarrow m_e \longrightarrow \infty$, impossible

Exercice 8

$$p = \frac{E}{c} \Longleftrightarrow m \cdot v = \frac{m \cdot c^2}{c} \Longleftrightarrow v \cong c$$

Problème 1

Longueur : $\begin{cases} \text{au repos : } L_0 = 100m \\ \text{en mvt : } L = 80m \end{cases}$

Coefficient de Lorentz : $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{L_0}{L} = \frac{100}{80} = 1.25$

Vitesse : $\frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Longleftrightarrow v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.6c$

Durée de passage devant un arbre :

a) référentiel : sol
$\Delta t_0 = \frac{L}{v} = \frac{80}{0.6c} = 4.45 \cdot 10^{-7}s$

b) référentiel : train
$\Delta t_{impropre} = \frac{L_0}{v} = \frac{100}{0.6c} = 5.56 \cdot 10^{-7}s$

Problème 2

Coefficient de Lorentz : $\gamma = 2$

Vitesse : $v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.87c$

Problème 3

Électron : $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}kg = 0.511\frac{MeV}{c^2}$ et $v = 0.998c$

Coefficient de Lorentz : $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 15.82$

Masse relativiste : $m = m_0 \cdot \gamma = 1.44 \cdot 10^{-29}kg$

Quantité de mouvement : $p = m \cdot v = 4.31 \cdot 10^{-21}\frac{kg \cdot m}{s}$

Énergie cinétique : $E_{cin} = (m - m_0) \cdot c^2 = (\gamma - 1) \cdot m_0 \cdot c^2 = 1.2 \cdot 10^{-12}J = 7.568MeV$

Problème 4

Électron : $m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31}kg = 0.511\frac{MeV}{c^2}$

a) $v_1 = 0.6c$ et $v_2 = 0.8c$

Coefficient de Lorentz : $\begin{cases} \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} = 1.250 \\ \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} = 1.667 \end{cases}$

Variation de E :

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_2 - E_1 \\ &= \gamma_2 \cdot m_0 \cdot c^2 - \gamma_1 \cdot m_0 \cdot c^2 \\ &= (\gamma_2 - \gamma_1) \cdot m_0 \cdot c^2 \\ &= 0.213MeV \\ &= 3.471 \cdot 10^{-14}J \end{aligned}$$

b) $v_1 = 0.995c$ et $v_2 = 0.998c$

Coefficient de Lorentz : $\begin{cases} \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} = 10.0125 \\ \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} = 15.8190 \end{cases}$

Variation de E :

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_2 - E_1 \\ &= \gamma_2 \cdot m_0 \cdot c^2 - \gamma_1 \cdot m_0 \cdot c^2 \\ &= (\gamma_2 - \gamma_1) \cdot m_0 \cdot c^2 \\ &= 2.967 MeV \\ &= 4.76 \cdot 10^{-13} J \end{aligned}$$

Problème 5

Puissance du Soleil : $P = 3.9 \cdot 10^{26} W$

Énergie en une année : $E = P \cdot t = 3.9 \cdot 10^{26} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 1.23 \cdot 10^{34} J$

Diminution de la masse du Soleil : $E = \Delta m \cdot c^2 \Leftrightarrow \Delta m = \frac{E}{c^2} = 1.37 \cdot 10^{17} kg$

Problème 6

a) On détermine la tension accélératrice U pour atteindre $0.9c$ pour un électron à l'aide l'un calcul classique, ce qui est FAUX.

TEC : $\Delta E_{cin} = q \cdot U \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v^2 = e \cdot U \Leftrightarrow U = \frac{1}{2} \cdot m_0 \frac{v^2}{e} = 2.075 \cdot 10^5 V$

b) Vitesse réelle pour la tension calculée en a)

TEC : $\Delta E_{cin} = e \cdot U \Leftrightarrow (\gamma - 1) \cdot m_0 \cdot c^2 = e \cdot U \Leftrightarrow \gamma = \frac{e \cdot U}{m_0 \cdot c^2} = 1.405$

$v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.702c$

Problème 7

Électron : $E = 10GeV = 1 \cdot 10^4 MeV$ et $E_0 = 0.511 MeV$

Coefficient de Lorentz : $\gamma = \frac{E}{E_0} = 19569.47$

a) L'électron mesure la longueur du tube en étant en mvt : $L = \frac{L_0}{\gamma} = 0.1635m$ (contraction)

b) Durée de vol se calcul avec la vitesse : $v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.9999999987c \approx c$

Pour l'électron : temps propre : $\Delta t_0 = \frac{L}{v} = 5.45 \cdot 10^{-10} s$

Pour l'observateur terrestre lié au tube : temps impropre :$\Delta t = \frac{L_0}{v} = 1.067 \cdot 10^{-5} s > \Delta t_0$

Dualité Onde-Corpuscule

Exercice 1

$W_s = 3.3eV = 5.28 \cdot 10^{-19}J$

a) Fréquence seuil : $f_s = \frac{W_s}{h} = 7.976 \cdot 10^{14}Hz$

Longueur d'onde seuil : $\lambda_s = \frac{c}{f_s} =)3.76 \cdot 10^{-7} = 376nm$

b) $\lambda = 0.25 \cdot 10^{-6}m$ Fréquence : $\nu = \frac{c}{\lambda} = 1.2 \cdot 10^{15}Hz$

Énergie des photons : $E_{ph} = \nu \cdot h = 7.944 \cdot 10^{-19}J$

Énergie cinétique : $E_{cin} = E_{ph} - W_s = 2.664 \cdot 10^{-19}J = 1.665eV$

Vitesse : $v = \sqrt{\frac{2E_{cin}}{m}} = 7.64781.99\frac{m}{s} = 0.00259c$

c) Effet photoélectrique si :

$$\begin{aligned} E_{cin} &> 0 \\ E_{ph} &> W_s \\ \nu \cdot h &> 5.28 \cdot 10^{-19}J \\ \frac{c}{\lambda} \cdot h &> 5.28 \cdot 10^{-19}J \\ 4.732 \cdot 10^{-19} &> 5.28 \cdot 10^{-19}J \text{ , impossible} \Rightarrow \quad \neq \text{d'effet photoélectrique!} \end{aligned}$$

ou bien :

$0.42\mu m < 376nm \qquad \Rightarrow \quad \neq$ d'effet photoélectrique !

Exercice 2

a) Ballon : $m = 0.56kg$, et $v = 15\frac{m}{s}$

Longueur d'onde : $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6.62 \cdot 10^{-34}}{0.5 \cdot 15} = 8.83 \cdot 10^{-35}m$
Largement trop petit par rapport à une structure existante.

b) $E_{tot} = 1GeV >> E_0 = 0.511MeV$

Relativité :

$$\begin{aligned} E_{tot}^2 &= E_0^2 + p^2c^2 \\ E_{tot}^2 &= p^2c^2 \text{ , } E_0 \text{ est négligeable par rapport à l'}E_{tot} \\ E_{tot} &= p \cdot c \\ p &= \frac{E_{tot}}{c} \\ p &= 5.33 \cdot 10^{-19}\frac{kg \cdot m}{s} \end{aligned}$$

Longueur d'onde : $\lambda = \frac{h}{p} = 1.24 \cdot 10^{-15}m$

L'électron peut être diffracté, car la taille d'un noyau d'un atome ou la taille d'autres particules élémentaires vaut $10^{-15}m$.

Exercice 3

$\lambda = 694.3nm$ et $P = 10 \cdot 10^6 W$ et $t = 1.5 \cdot 10^{-9} s$

a) Nombre de photons :

$$P = \frac{N \cdot h \cdot \nu}{t} \Longleftrightarrow N = \frac{P \cdot t}{h \cdot \frac{c}{\lambda}} = \frac{P \cdot t \cdot \lambda}{h \cdot c} = 5.24 \cdot 10^{16}$$

b) Quantité de mouvement d'un photon :

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = 9.54 \cdot 10^{-28} \frac{kg \cdot m}{s}$$

Quantité de mouvement de N photons : $p_N = p \cdot N = 5 \cdot 10^{-11} \frac{kg \cdot m}{s}$

c) Vitesse de recul :

$$v = \frac{p}{M_{laser}} = \frac{N \cdot \frac{E_{ph}}{c}}{M_L} = \frac{N \cdot h \cdot \nu}{M_L \cdot c} = \frac{N \cdot h}{M_L \cdot \lambda} = 3.57 \cdot 10^{-13} \frac{m}{s}$$